

---

# MATEMATYKA

## FINANSOWA

**Procent prosty** - odsetki wypłacane są na koniec okresu, za jaki zostały naliczone i są one zawsze naliczane od kapitału początkowego, więc przyrost jest stały:

$$K_n = K_0 \times (1 + (i \times n))$$

**Procent składany** – po określonym czasie nalicza się odsetki, a po kolejnym okresie kapitalizacji odsetki nalicza się od kapitału początkowego powiększonego o naliczone wcześniej odsetki:

$$K_n = K_0 \times (1 + i)^n$$

**Dyskonto** - Dyskontowanie jest odwrotnością kapitalizacji, czyli szukaniem obecnej wartości przyszłych (oczekiwanych) dochodów. Wyróżniamy:

- **dyskontowanie pojedynczej wartości:**

$$K_0 = \frac{K_n}{(1 + i)^n}$$

- **dyskontowanie strumienia płatności:**

$$K_0 = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1 + i)^t}$$

- **dyskontowanie dla porównania płatności:**

$$K_0 = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1 + i)^t}$$

$K_0$  – kapitał początkowy

$K_n$  – wartość przyszła kapitału

$i$  – stopa procentowa

$n$  – okres lokaty

$C$  – płatność uzyskana w danym okresie

$C_t$  – płatność uzyskana w  $t$  – tym okresie

$t$  – numer okresu, w którym uzyskiwana jest płatność

---

## ZAD 1.

Przedsiębiorca pożyczył zaprzyjaźnionej firmie 600 tys. zł i umówił się, że otrzyma zwrot kapitału w okresie 3 lat w równych kwotach w wysokości 200 tys. zł rocznie. Koszt kapitału tego przedsiębiorcy to 10%. Oblicz jaką realną stratę poniósł przedsiębiorca na tej pożyczce.

**Aby obliczyć realną stratę na pożyczce 600 tys. zł., należy zdyskontować na dzień dzisiejszy (tzn. obliczyć wartość bieżącą  $K_0$ ) poszczególne kwoty 200 tys., które przedsiębiorca otrzyma po 1, 2 i 3 latach.**

n - kolejne lata	$K_n$ - wartość przyszła [tys. zł.]	$K_0$ - wartość bieżąca [tys. zł.]
1	200	$K_0 = \frac{200}{1,1} = 181,82$
2	200	$K_0 = \frac{200}{1,1^2} = 165,29$
3	200	$K_0 = \frac{200}{1,1^3} = 150,26$
Razem	600	497,37

Realną stratą na pożyczce jest różnica między kwotą 600 tys. a sumą wartości bieżących:

$$600 \text{ tys.} - 497,37 \text{ tys.} = 102,63 \text{ tys.}$$

*Odp.*

*Przedsiębiorca poniesie realną stratę w wysokości 102,63 tys. zł.*

---

## ZAD 2.

Jeżeli kapitał początkowy wynosi 2000 zł, stopa procentowa 20%, to jaką sumę otrzymamy po 3 latach?

$$K_0 = 2000 \text{ zł}$$

$$i = 20\%$$

$$n = 3 \text{ lata}$$

**Obliczam otrzymaną po 3 latach kwotę ze wzoru na procent składany:**

$$K_n = K_0 \times (1 + i)^n$$

$$K_3 = 2000 \times (1 + 0,20)^3$$

$$K_3 = 2000 \times 1,728$$

$$K_3 = 3456 \text{ zł}$$

**Dla porównania obliczam teraz otrzymaną po 3 latach kwotę ze wzoru na procent prosty:**

$$K_n = K_0 \times (1 + i \times n)$$

$$K_n = 2000 \times (1 + 0,20 \times 3)$$

$$K_n = 2000 \times 1,6$$

$$K_n = 3200 \text{ zł}$$

*Odp.*

*Jeżeli odsetki w wysokości 20% będą kapitalizowane co roku to kwota którą otrzymamy po 3 latach będzie równa 3456 zł. Jeśli jednak byłby to procent prosty, gdy odsetki nie są kapitalizowane, to kwota którą uzyskalibyśmy byłaby mniejsza i wynosiła 3200 zł.*

ZAD 3.

Jeżeli kapitał początkowy wynosi 2000 zł, stopa procentowa będzie równa 20%, a kapitalizacja odsetek dokonywana jest raz na kwartał, to jaką kwotę otrzymamy po 3 latach?

$$K_0 = 2000 \text{ zł}$$

$$i = 20\%$$

$$n = 3 \text{ lata}$$

$$K_3 = K_0 \times \left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m \times n}$$

$$K_3 = 2000 \times \left(1 + \frac{0,20}{4}\right)^{4 \times 3}$$

$$K_3 = 2000 \times 1,05^{12}$$

$$K_3 = 2000 \times 1,795856$$

$$K_3 = 3591,71$$

*Odp.*

*Po 3 latach przy oprocentowaniu równym 20% i kapitalizacji odsetek co kwartał otrzymamy z kapitału 2000 zł kwotę w wysokości 3591,71 zł*

---

## ZAD 4.

Jeżeli po okresie 5 lat chcemy otrzymać kwotę 2000 zł, zakładając stopę procentową 10% i roczną kapitalizację to ile należy zainwestować?

$$K_n = 2000 \text{ zł}$$

$$i = 10\%$$

$$n = 5 \text{ lat}$$

$$K_0 = \frac{K_n}{(1+i)^n}$$

$$K_0 = \frac{2000}{(1+0,10)^5}$$

$$K_0 = \frac{2000}{1,61051}$$

$$K_0 = 1241,842646$$

$$K_0 = 1241,84 \text{ zł}$$

*Odp.*

*Aby po trzech latach przy oprocentowaniu równym 10% otrzymać kwotę 2000 zł, musimy wpłacić ok. 1241, 84 zł.*

---

## ZAD 5.

Klient nabywający dobro X ma możliwość zapłaty z góry całą wartość dobra, która wynosi 3000 zł, albo w trzech ratach po 1100 zł każda. Stopa procentowa wynosi 10%. Korzystając ze wzoru na wartość bieżącą określ, która forma zapłaty będzie najbardziej korzystna dla klienta.

$$K_0 = \frac{1100}{(1+0,10)} + \frac{1100}{(1+0,10)^2} + \frac{1100}{(1+0,10)^3}$$

$$K_0 = 1000 + 909,10 + 826,45$$

$$K_0 = 2735,55 \text{ zł}$$

*Odp.*

*Bardziej korzystną formą zapłaty dla klienta będzie splata wartości dobra X w trzech ratach po 1100 zł wraz z odsetkami, gdyż wartość bieżąca sumy spłacanych rat jest niższa niż wartość, którą musiałby zapłacić z góry.*

ZAD 6.

Jeżeli płatności z tytułu posiadania danego instrumentu finansowego wynoszą po pierwszym roku 50 zł, po drugim roku – 150 zł, a po trzecim – 300 zł przy stopie procentowej wynoszącej 15%, to ile wynosi jego obecna wartość?

$$K_0 = \frac{50}{(1+0,15)} + \frac{150}{(1+0,15)^2} + \frac{300}{(1+0,15)^3}$$

$$K_0 = 43,48 + 113,42 + 197,25$$

$$K_0 = 354,15 \text{ zł.}$$

*Odp.*

*Obecna wartość tego instrumentu finansowego wynosi 354,15 zł.*

Wykonała

Barbara Majka